



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, BOTOȘANI
15.02.2025

Clasa a VII-a

Subiectul I (7 puncte)

- 1) Se consideră numărul real $a = 2027 - \frac{1+2+3+\dots+2025}{\sqrt{1+3+5+\dots+2025}}$
- a) Arătați că a este număr natural;
b) Arătați că $S = a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^{2011}$ este divizibil cu 5.
- 2) Dacă $A = \left\{ \sqrt{6p^2 + 8p + 9} \mid p \in \mathbb{N}, p \text{ este număr prim} \right\}$, calculați $A \cap \mathbb{Q}$.

Subiectul II (7 puncte)

Fie $d_1, d_2, d_3, \dots, d_k$ divizorii pozitivi ai unui număr natural nenul N . Calculați suma $S = \frac{1}{d_1 + \sqrt{N}} + \frac{1}{d_2 + \sqrt{N}} + \frac{1}{d_3 + \sqrt{N}} + \dots + \frac{1}{d_k + \sqrt{N}}$.

(G.M. 6-7-8 /2024)

Subiectul III (7 puncte)

Se consideră triunghiul isoscel $\triangle ABC$ cu $AB=AC$, $m(\sphericalangle A) = 40^\circ$, și fie $N \in (BC)$ astfel încât $m(\sphericalangle BAN) = 10^\circ$. Notăm cu M simetricul punctului B față de AN și cu P simetricul punctului M față de BC . Demonstrați că patrulaterul $BMCP$ este romb.

Subiectul IV (7 puncte)

Fie triunghiul isoscel ABC cu baza BC . Dacă I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC , notăm cu X, Y , respectiv Z punctele de tangență ale cercului cu laturile BC, AB , respectiv AC . Cercul circumscris triunghiului XZC este notat Γ , iar tangenta în Z la cercul Γ intersectează XY în T . Demonstrați că punctele C, I, T sunt coliniare.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore;
- Toate subiectele sunt obligatorii.